

Янковий В.О.кандидат економічних наук,
доцент кафедри економіки і планування бізнесу
Одеського національного економічного університету**ПРОБЛЕМИ ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛЕЙ,
ЩО УЗАГАЛЬНЕНІ CES-ФУНКЦІЄЮ, ПІД ЧАС ДОСЛІДЖЕННЯ
ВИРОБНИЦТВА НА РІВНІ ПІДПРИЄМСТВА**

У статті розглянуто основні положення моделювання факторів росту продукції підприємства на базі виробничих функцій. Показано, що найбільш популярними в сучасних економічних дослідженнях є моделі, які узагальнено функцією з постійною еластичністю заміщення (CES-функцією): лінійна, функція Кобба-Дугласа, функція Леонтьєва. Наведено їх порівняльний аналіз, критерій відбору найбільш адекватної моделі, важливіші економіко-математичні характеристики. Надано практичні рекомендації щодо розрахунку параметрів указаних виробничих функцій за допомогою різних методів оцінювання. Всі теоретичні аспекти проілюстровано на прикладі підприємства борошномельної промисловості.

Ключові слова: моделювання факторів, виробничі функції, еластичність заміщення ресурсів.

В статье рассмотрены основные положения моделирования факторов роста продукции предприятия на базе производственных функций. Показано, что наиболее популярными в современных экономических исследованиях являются модели, которые обобщены функцией с постоянной эластичностью замещения (CES-функцией): линейная, функция Кобба-Дугласа, функция Леонтьева. Приведены их сравнительный анализ, критерий отбора наиболее адекватной модели, важнейшие экономико-математические характеристики. Даны практические рекомендации по расчету параметров указанных производственных функций с использованием различных методов оценки. Все теоретические аспекты проиллюстрированы на конкретном примере по данным статистической отчетности предприятия мукомольной промышленности.

Ключевые слова: моделирование факторов, производственные функции, эластичность замещения ресурсов.

Постановка проблеми. Серед виробничих функцій (ВФ), що застосовуються в процесі моделювання показників господарської діяльності підприємства, найбільш популярними є двофакторні функції, які описують залежність обсягу реалізованої продукції Y від середньої річної вартості основних виробничих фондів (K) і витрат на оплату праці (L): $Y = f(K, L)$. Це передусім сімейство ВФ, які узагальнені CES-функцією (від англ. абревіатури *Constant Elasticity of Substitution*) [1]. До нього належать: ВФ Кобба-Дугласа, лінійна функція, функція Леонтьєва. Однак теоретико-методологічні аспекти застосування їх в економічних дослідженнях, вибору адекватної моделі впливу факторів K , L на результати виробництва Y виходячи з властивостей даних ВФ розроблено недостатньо. Немає зрозумілого пояснення, чому саме ВФ Кобба-Дугласа отримала найбільше розповсюдження в практиці моделювання.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Серед методів моделювання факторів росту реалізації на підприємствах промисловості ВФ є відносно частими гостями. Переважно

це ВФ Кобба-Дугласа як найбільш відома двофакторна модель залежності об'єму продукції від витрат капіталу і праці [2–6]. Що стосується інших ВФ, узагальнених CES-функцією, то вони зустрічається досить рідко [7].

В економічній літературі практично відсутні рекомендації щодо застосування сімейства ВФ, що узагальнює CES-функція, на рівні підприємства. Немає чітких теоретичних указівок із приводу переваг і недоліків певної ВФ, вибору моделі в кожній конкретній задачі; суттєво утруднені розрахунки невідомих коефіцієнтів деяких ВФ, наприклад самої CES-функції.

Мета статті. Метою дослідження є поглиблення підходів до моделювання факторів росту реалізованої продукції підприємства на базі ВФ, знайомство широкого кола економістів з аналітичними можливостями ВФ Кобба-Дугласа, лінійної функції та CES-функції, з програмним забезпеченням визначення їх невідомих параметрів, а також ілюстрація вказаних теоретичних аспектів на конкретному прикладі Миколаївського комбінату хлібопродуктів.

Виклад основного матеріалу дослідження. CES-функція має такий вигляд:

$$Y = A_0 [A_1 K^{-p} + (1 - A_1)L^{-p}]^{-\frac{\gamma}{p}}, \quad (1)$$

де A_0 – коефіцієнт шкали ($0 < A_0$); A_1 – коефіцієнт ваги фактора ($0 < A_1 < 1$); p – параметр ВФ ($-1 < p$); γ – показник ступеня однорідності ВФ ($0 < \gamma$).

Еластичність заміщення факторів σ CES-функції визначається так:

$$\sigma = \frac{1}{1+p}. \quad (2)$$

ВФ (1) залежно від значення параметра p узагальнює інші ВФ:

1. За $p \rightarrow 0$ вираження (1) перетворюється у ВФ Кобба-Дугласа:

$$Y = AK^\alpha L^\beta, \quad (3)$$

де A – коефіцієнт шкали ($0 < A$); α, β – параметри ВФ ($0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1$).

Еластичність заміщення факторів ВФ Кобба-Дугласа $\sigma \approx 1$.

2. За $p \rightarrow -1$ отримаємо лінійну функцію:

$$Y - A_2 = A_3 K + A_4 L, \quad (4)$$

де A_2 – вільний член; A_3, A_4 – граничні продукти відповідних факторів виробництва ($0 \leq A_3, A_4$).

Еластичність заміщення факторів лінійної ВФ $\sigma \approx \infty$. Основна її властивість полягає в тому, що будь-який випуск продукції забезпечується навіть за нульових витрат одного з факторів, тому ВФ (4) доречно використовувати під час моделювання виробництва, коли один із факторів не впливає на його результати, тобто знаходиться у надлишку.

3. За $p \rightarrow \infty$ CES-функція прямує до функції Леонт'єва:

$$Y = \min\left(\frac{K}{c_1}; \frac{L}{c_2}\right), \quad (5)$$

де c_1, c_2 – питомі витрати відповідного фактора.

Еластичність заміщення факторів ВФ Леонт'єва $\sigma \approx 0$. Функція (5) призначена для моделювання строго детермінованих технологічних процесів, які не допускають відхилення від установлених нормативів щодо використання виробничих факторів на одиницю продукції, тому її застосування для моделювання показників господарської діяльності підприємств у цілому практично не зустрічається.

ВФ (1), (3), (4) використовуються передусім для адекватного описання просторової варіації змінних Y, K, L . У разі ж часової варіації цих змінних указані ВФ дещо трансформуються – динамізуються.

Так, динамізована CES-функція набуває вигляду:

$$Y = A_0 e^{\lambda t} [A_1 K^{-p} + (1 - A_1)L^{-p}]^{-\frac{1}{p}}, \quad (6)$$

Тут вважається, що $\gamma = 1$, тобто ВФ є лінійно однорідною, а також уводиться ще один фактор – так званий нейтральний науково-технічний прогрес із невідомим середнім темпом приросту λ , який відображає вплив на Y усіх чинників, окрім K і L (t – час, який приймає значення $1, 2, \dots, N$).

У табл. 1 наведено важливіші економіко-математичні параметри ВФ (6).

Динамізована ВФ (3), так звана ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена, має вигляд:

$$Y = A e^{\lambda t} K^\alpha L^\beta. \quad (7)$$

Таблиця 1

Основні характеристики динамізованої CES-функції

Показник	K	L
1. Середня віддача	$\frac{Y}{K} = A_0 e^{\lambda t} [A_1 + (1 - A_1) \left(\frac{L}{K}\right)^{-p}]^{-\frac{1}{p}}$	$\frac{Y}{L} = A_0 e^{\lambda t} [A_1 \left(\frac{K}{L}\right)^{-p} + (1 - A_1)]^{-\frac{1}{p}}$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^{1+p}$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{1 - A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^{1+p}$
3. Еластичність випуску продукції, %	$E_K = \frac{A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^p$	$E_L = \frac{1 - A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^p$
4. Потреба у виробничих факторах	$K = \left[\left(\frac{Y}{A_0 e^{\lambda t}}\right)^{-p} - (1 - A_1)L^{-p} \right]^{-\frac{1}{p}} A_1^{\frac{1}{p}}$	$L = \left[\left(\frac{Y}{A_0 e^{\lambda t}}\right)^{-p} - A_1 K^{-p} \right]^{-\frac{1}{p}} (1 - A_1)^{\frac{1}{p}}$
5. Заміщення факторів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L}$	
6. Гранична норма заміщення факторів	$MRS = \frac{1 - A_1}{A_1} \left(\frac{K}{L}\right)^{1+p}$	
7. Фондоозброєність, що забезпечує максимум випуску продукції Y	$\left(\frac{A_1}{1 - A_1}\right)^{\frac{1}{1+p}}$	

Джерело: розроблено автором на основі [1; 7]

У табл. 2 наведено важливіші економіко-математичні параметри ВФ (7).

Динамізована лінійна функція представляється так:

$$Y - A_2 = \lambda_1 t + A_3 K + A_4 L. \quad (8)$$

Оскільки лінійна функція (8) є адитивною моделлю економічного процесу, а CES-функція (6) і ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена (7) – мультиплікативні моделі, то λ_1 у даному разі представляє собою середній абсолютний приріст Y за рахунок усіх чинників, окрім K і L .

У табл. 3 наведено важливіші економіко-математичні параметри ВФ (8).

Оцінка невідомих коефіцієнтів λ_1, A_2, A_3, A_4 лінійної функції (8) за методом найменших ква-

дратів не викликає труднощів, оскільки вона здійснюється на основі стандартних програм регресійного аналізу, наприклад у редакторі Excel. Шляхом логарифмування лівої і правої частин (7) ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена легко перетворюється в лінійну функцію з можливістю подальшого застосування стандартної програми «Регресія» для розрахунку параметрів $\lambda, A, \alpha, \beta$. CES-функцію (6) привести до лінійного вигляду принципово неможливо, тому для оцінки її невідомих коефіцієнтів λ, A_0, A_1, ρ використовують наближені методи розрахунку, що потребує застосування спеціального програмного забезпечення. Саме відносна простота визначення невідомих коефіцієнтів

Таблиця 2

Основні характеристики ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена

Показник	K	L
1. Середня віддача	$\frac{Y}{K} = \frac{Ae^{\lambda t} K^\alpha L^\beta}{K} = Ae^{\lambda t} K^{\alpha-1} L^\beta$	$\frac{Y}{L} = \frac{Ae^{\lambda t} K^\alpha L^\beta}{L} = Ae^{\lambda t} K^\alpha L^{\beta-1}$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = Ae^{\lambda t} \alpha K^{\alpha-1} L^\beta$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = Ae^{\lambda t} \beta K^\alpha L^{\beta-1}$
3. Еластичність випуску продукції, %	$E_K = \alpha$	$E_L = \beta$
4. Потреба у виробничих факторах	$K = \left(\frac{Y}{Ae^{\lambda t} L^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$	$L = \left(\frac{Y}{Ae^{\lambda t} K^\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}}$
5. Заміщення факторів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L} = \left(\frac{Y}{Ae^{\lambda t} L^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha}} : L = A^{-\frac{1}{\alpha}} Y^{\frac{1}{\alpha}} e^{-\frac{\lambda t}{\alpha}} L^{-1-\frac{\beta}{\alpha}}$	
6. Гранична норма заміщення факторів	$MRS = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{K}{L}$	
7. Фондоозброєність, що забезпечує максимум випуску продукції Y	$\frac{\alpha}{\beta}$	

Джерело: розроблено автором на основі [1; 7]

Таблиця 3

Основні характеристики динамізованої лінійної функції

Показник	K	L
1. Середня віддача	$\frac{Y - A_2}{K} = \frac{\lambda_1 t + A_4 L}{K} + A_3$	$\frac{Y - A_2}{L} = \frac{\lambda_1 t + A_3 K}{L} + A_4$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = A_3$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = A_4$
3. Еластичність випуску продукції, %	$E_K = A_3 : \left(\frac{\lambda_1 t + A_4 L}{K} + A_3 \right)$	$E_L = A_4 : \left(\frac{\lambda_1 t + A_3 K}{L} + A_4 \right)$
4. Потреба у виробничих факторах	$K = \frac{Y - A_2 - \lambda_1 t - A_4 L}{A_3}$	$L = \frac{Y - A_2 - \lambda_1 t - A_3 K}{A_4}$
5. Заміщення факторів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L} = \frac{A_4(Y - A_2 - \lambda_1 t - A_4 L)}{A_3(Y - A_2 - \lambda_1 t - A_3 K)}$	
6. Гранична норма заміщення факторів	$MRS = \frac{A_3}{A_4}$	
7. Фондоозброєність, що забезпечує максимум випуску продукції Y	будь-яка точка прямої $Y - A_2 = \lambda_1 t + A_3(K + L)$	

Джерело: розроблено автором

ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена є її перевагою перед CES-функцією. Ця обставина зумовлює виняткову популярність ВФ (3), (7) у сучасних економічних дослідженнях.

Водночас ВФ (7) і (8) мають серйозні недоліки, від яких вільна CES-функція. Вкажемо важливіші з них. Як було показано вище, еластичність заміщення факторів σ , яка є мірою можливості заміни праці капіталом і, навпаки, для ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена завжди дорівнює одиниці, а для лінійної функції – плюс нескінченності. Дані обмеження є дуже жорсткими і часто не відповідають реальній економічній дійсності. У цьому сенсі CES-функція (6) має явну перевагу порівняно з ВФ (7) і (8): величина σ для неї може приймати будь-які постійні значення.

Окрім того, легко показати, що характер залежності продуктивності праці (Y/L) від фондоозброєності (K/L) у рамках даних ВФ досить різний. Для ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена і для лінійної функції за $(K/L) \rightarrow \infty$ за будь-яких допустимих значень їх параметрів продуктивність праці теж прагне в нескінченність. А CES-функція за довільних значень її параметрів і за $(K/L) \rightarrow \infty$ має верхню межу, що більш правдоподібно в осяжній економічній перспективі.

Тому в процесі моделювання випуску продукції на підприємстві за допомогою двофакторних ВФ перед дослідником завжди постають дві проблеми: 1) якій з трьох ВФ (6) – (8) віддати перевагу (хоча їх порівняння за економіко-математичними властивостями явно на користь CES-функції); 2) як оцінити параметри ВФ (6), якщо вибрана саме CES-функція.

Передусім розглянемо наявні підходи до об'єктивного вибору найбільш адекватної моделі з трьох розглянутих у ході моделювання динаміки випуску продукції підприємства. Оскільки ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена шляхом логарифмування лівої та правої частин легко перетворюється в лінійну функцію, то її порівняння з ВФ (8) не викликає особливих труднощів. Перевагу слід віддати тій лінійній функції, яка задовольняє таку вимогу: коефіцієнт детермінації R^2 приймає максимальне значення за статистичної значущості всіх оцінених параметрів регресії. Значно складніше порівняння ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена і CES-функції.

Дж. Кменті [8], Р. Вінні і К. Холден [9, с. 84–85] розділили ліву і праву частини формул (1), (3) на L , логарифмували знайдені результати і розклали один з елементів отриманої CES-функції в ряд Тейлора. Вони показали, що, по суті, відмінності між CES-функцією і ВФ Кобба-Дугласа зводяться лише до четвертого доданку, що стоїть у правій частині перетвореної ВФ (1):

$$\ln(Y/L) = C + D\ln L + E\ln(K/L) - M[\ln(K/L)]^2. \quad (9)$$

Тут C, D, E, M – певні коефіцієнти, що виражаються через параметри досліджуваних ВФ. При цьому якщо $p = 0$, то $M = 0$ і ці функції повністю збігаються, тобто відбувається перехід від ВФ (1) до ВФ (3). Отже, перевірка статистичної надійності (значущості) коефіцієнта M у моделі (9) за допомогою t -критерію Стьюдента може служити об'єктивним підґрунтям для вибору конкретної математичної форми з двох розглянутих ВФ. При цьому нульовою гіпотезою виступає $H_0 : M = 0$, проти альтернативи $H_a : M \neq 0$.

На нашу думку, М. Кубініва та ін., використовуючи підхід Кменти як інструмент знаходження первісної оцінки параметрів CES-функції, розробили найбільш удалий процедуру пошуку рішення поставленого завдання із заданою точністю на базі використання ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вона знайшла своє втілення в програмі MACRO6, написаної на мові Бейсік [10, с. 137–149], яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора Excel. За підсумками розрахунків на екран виводиться: кількість здійснених ітерацій, шукані коефіцієнти A_0, A_1 , параметри λ, σ , а також їх стандартні похибки, скоригований коефіцієнт детермінації R^2 , сума квадратів регресійних залишків RSS, критерій Дарбіна-Уотсона DW.

Проілюструємо вказану процедуру за інформацією статистичної звітності Миколаївського комбінату хлібопродуктів за 2007–2015 рр. [11]. У результаті логарифмування вихідних даних і побудови моделі (9) отримане таке значення t -статистики Стьюдента для коефіцієнта M : 0,10498; p -значення 0,92047. Оскільки p -значення $0,92 \gg 0,05$, то нульова гіпотеза $H_0 : M = 0$ не відхиляється. Отже, приходимо до висновку, що емпіричні дані, які характеризують динаміку реалізованої продукції на досліджуваному підприємстві, будуть точніше змодельовані на базі ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена (7) і лінійної функції (8), ніж за допомогою CES-функції (6).

Розрахована ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена представляється так:

$$Y = 0,00099e^{-0,19729L} L^{2,12938}. \quad (10)$$

Її логарифмічна частина статистично значуща (розрахункове значення F -критерію Фішера дорівнює 50,797); коефіцієнт детермінації – $R^2 = 0,944$; стандартна помилка – 0,18273.

Лінійна функція має вигляд:

$$Y - 31850,66791 = \\ = -10434,57512t + 12,10164068L. \quad (11)$$

Вона теж статистично значуща (розрахункове значення F -критерію Фішера – 31,982);

коефіцієнт детермінації – $R^2 = 0,914$; стандартна помилка – 10958,87.

Звернемо увагу на той факт, що в обох ВФ (10), (11) відсутній фактор K – основні засоби: він був виключений у процесі моделювання як статистично незначущий. Це свідчить про те, що на Миколаївському комбінаті хлібопродуктів даний виробничий чинник практично не впливає на реалізацію продукції підприємства, тобто знаходиться у надлишку.

Розраховані параметри отриманих адекватних моделей (10), (11) свідчать про таке: коефіцієнт A_4 лінійної функції показує, що за період 2007–2015 рр. зростання оплати праці на 1 тис. грн. забезпечувало середній щорічний ріст реалізованої продукції підприємства на 12,1 тис. грн. А підвищення даного показника на 1% приводило до зростання реалізації в середньому на 2,13% (коефіцієнт β ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена). При цьому всі інші фактори, окрім L , негативно впливали на зміну Y : середнє річне зниження реалізації Миколаївського комбінату хлібопродуктів за досліджуваний період становило 10 434,575 тис. грн. (коефіцієнт λ_1 моделі

(11)), або у відносному вираженні майже 19,73% (коефіцієнт λ моделі (10)).

Висновки. Теоретичні аспекти моделювання факторів росту продукції підприємства, що були викладені в основній частині статті, повністю підтвердилися емпіричними розрахунками. Коли один із факторів не впливає на результати господарської діяльності, тобто знаходиться у надлишку, для аналізу доцільно застосовувати неповні моделі ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена і лінійної функції.

Статистичний критерій вибору між ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена і CES -функцією працює досить надійно, а ітеративна процедура оцінки невідомих коефіцієнтів CES -функції добре зарекомендувала себе під час моделювання реалізації продукції підприємства [12; 13]. Але слід пам'ятати, що достовірність висновків за даним критерієм сильно залежить від довжини ряду динаміки N . На коротких рядах ($N < 10$) потужність критерію низька, і його використання може привести до помилки другого роду – невідхилення $H_0 : M = 0$, коли справедлива альтернатива $H_a : M \neq 0$.

Список використаних джерел:

1. Янковий В.О. Виробнича функція з постійною еластичністю заміщення ресурсів / В.О. Янковий // Вісник соціально-економічних досліджень. – Одеса : ОНЕУ, 2015. – № 58. – С. 228–234.
2. Янковий В.О. Прогнозування зони безбитковості інвестицій у хлібопекарську промисловість за допомогою виробничої функції / В.О. Янковий // Вісник соціально-економічних досліджень. – 2006. – № 22. – С. 410–414.
3. Янковий В.О. Модель безбитковості інвестування в м'ясопереробну промисловість / В.О. Янковий // Економіка харчової промисловості. – 2010. – № 4(8). – С. 16–21.
4. Мороз О.В. Виробничі функції в економічних дослідженнях на мікрорівні / О.В. Мороз, Б.Є. Грабовецький, Ю.В. Міронова // Економічний простір. – 2010. – № 35. – С. 112–119.
5. Янковий О.Г. Зони безбиткового інвестування в харчову промисловість України на основі виробничої функції / О.Г. Янковий, Н.В. Мельник, В.О. Янковий // Сучасна економіка. – 2010. – Вип. 2. – С. 8–19.
6. Грабовецький Б.Є. Використання виробничих функцій в дослідженнях підприємств молокопереробної промисловості / Б.Є. Грабовецький, Н.М. Тарасюк, О.В. Безсмертна // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – № 5. – С. 32–36.
7. Янковий В.О. Оптимізація фондоозброєності на підприємствах харчової промисловості на основі виробничих функцій / В.О. Янковий, Н.В. Мельник // Економіка харчової промисловості. – 2016. – Т. 8. – Вип. 2. – С. 34 – 39.
8. Kmenta J. (1967). On Estimation of the CES Production Function // International Economic Review, vol. 8. – P. 180–189.
9. Винн Р., Холден К. Введение в прикладной эконометрический анализ / Р. Винн, К. Холден ; пер. с англ. С.А. Николаенко. – М. : Финансы и статистика, 1981. – 294 с.
10. Математическая экономика на персональном компьютере / М. Кубинива, М. Табата, С. Табата, Ю. Хасэбэ ; пер. с япон. ; под ред. М. Кубинива. – М. : Финансы и статистика, 1991. – 304 с.
11. Агентство з розвитку інфраструктури фондового ринку України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : www.smida.gov.ua.
12. Янковий В.О. Економетричний аналіз реалізації продукції ПП «Гармаш» на основі виробничих функцій / В.О. Янковий // Причорноморські економічні студії. – Одеса, 2016. – Вип. 11. – С. 251–255.
13. Янковий В.О. Аналіз випуску продукції на м'ясопереробному підприємстві за допомогою виробничих функцій / В.О. Янковий // Економічний вісник Запорізької державної інженерної академії. – 2016. – Вип. 5–2(05). – Ч. 2. – С. 139–143.

Iankovyi V.O.

PROBLEMS OF USING MODELS WHICH ARE GENERALIZED BY CES-FUNCTION AT RESEARCH OF PRODUCTION AT THE ENTERPRISE LEVEL

The basic positions of modeling of enterprise growth factors using production functions considered in the article. It is shown that econometric models (linear, Cobb-Douglas, Leont'yev function), which are generalized by function with constant elasticity of substitution of factors are the most popular in modern economic research. Production functions are relatively frequently in use among modeling techniques in the food industry. Cobb-Douglas production function is the best-known two-factor model of product sales depending on the costs of capital and labor. As for the others, including CES-functions, linear functions and Leont'yev function, they are quite rare.

When the viewed information is about accounting and financial reporting of a single company for a number of time periods specified production functions are transforming by introducing a "neutral scientific and technological progress", which reflects the impact on the income of enterprise of all other factors, except "capital" and "labor". A comparative analysis of Cobb-Douglas production function, CES-function, linear function is provided. The criterion of selecting of the most appropriate model based on checking of statistical hypothesis of coefficient of transformed function with constant elasticity of substitution of factors is considered. The most important economic and mathematical characteristics of specified functions are presented. Practical recommendations for calculating of unknown parameters of specified functions according to various methods of evaluation provided.

All theoretical aspects are illustrated on a specific example based on the data of milling industry enterprise. The choice of Nikolaev bakery plant as a subject of research is caused by the fact that the milling industry is one of the major sub-sectors of the food industry, which provides county's food security.

Keywords: modeling factors, production function, elasticity of substitution of resources.